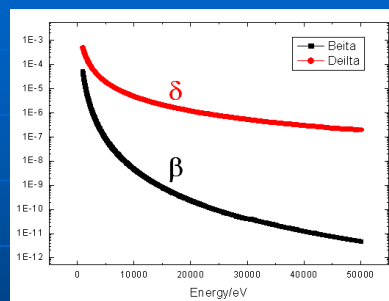


相位衬度投影成像

为什么要做X射线相位衬度成像？

碳元素的
相位项和吸收项



- 对于轻元素， $\delta \gg \beta$ ，X射线通过轻元素物体，就像光通过玻璃一样，几乎不衰减，传统的吸收衬度成像不能获取轻元素物体结构的清晰图像。
- 利用相位对轻元素成像，是人们长久以来的愿望。

如何利用相位进行成像？

- 用探测器紧贴在物体后面探测，相位消失，探测不到任何相位信息，获得的是传统的吸收衬度成像。

$$I = AA^* = A_0 \exp(i\Phi) \exp\left(-\frac{M}{2}\right) A_0^* \exp(-i\Phi) \exp\left(-\frac{M}{2}\right) = I_0 \exp(-M)$$

如何使探测器看到相位？

- 只能通过探测光强来看到相位。因而需要研究相位的产生、相位的表达、相位和光强的关系。

X射线的折射率

$$n = 1 - \delta + i\beta$$

- 代表单位长度的物质和X射线的相互作用；
- X射线和厚度为 l 的均匀物质的相互作用为：

$$nl = (1 - \delta)l + i\beta l$$

折射率 × 物质长度 = 实光程 + 虚光程

- X射线和厚度为 l 的非均匀物质的相互作用为：

$$\int_0^l n dz = \int_0^l (1 - \delta) dz + i \int_0^l \beta dz$$

实光程和相位的关系

$$\Phi_{\text{物质}} = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^l (1 - \delta) dz$$

虚光程和吸收的关系

$$M = \frac{4\pi}{\lambda} \int_0^l \beta dz = \int_0^l \mu dz$$

光振幅经过物质的相位和衰减

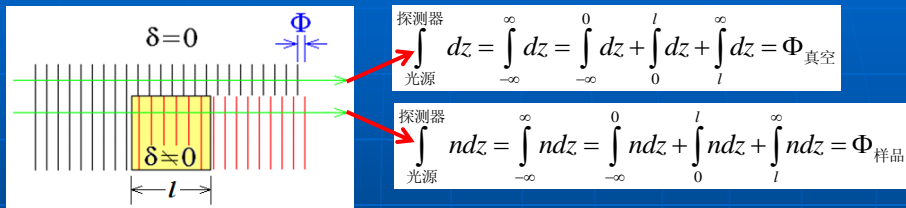
$$A = A_0 \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^l ndz\right) = A_0 \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^l (1 - \delta + i\beta) dz\right) = A_0 \exp(i\Phi_{\text{物质}}) \exp\left(-\frac{M}{2}\right)$$

光振幅经过真空的相位

$$A = A_0 \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^l dz\right) = A_0 \exp(i\Phi_{\text{真空}})$$

物质厚度未知，如何表达相位和吸收？

- 参考真空相位方法可以解决这个问题：



$$\int_{\text{光源}}^{\text{探测器}} dz = \int_{-\infty}^0 dz + \int_{-\infty}^l dz + \int_l^{\infty} dz = \Phi_{\text{真空}}$$

$$\int_{\text{光源}}^{\text{探测器}} ndz = \int_{-\infty}^0 ndz + \int_0^l ndz + \int_l^{\infty} ndz = \Phi_{\text{样品}}$$

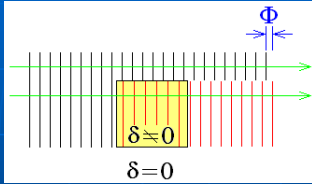
$$\Phi = \Phi_{\text{样品}} - \Phi_{\text{真空}} = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^l (n-1) dz = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} (n-1) dz$$

$$A = A_0 \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} (n-1) dz\right) = A_0 \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} (-\delta + i\beta) dz\right) = A_0 \exp(i\Phi) \exp\left(-\frac{M}{2}\right)$$

$$\Phi = -\frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \delta dz = -\frac{2\pi}{\lambda} \int_0^l \delta dz$$

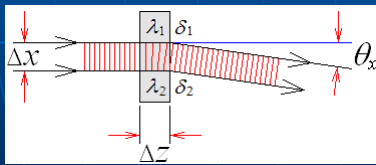
$$M = \frac{4\pi}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \beta dz = \frac{4\pi}{\lambda} \int_0^l \beta dz = \int_0^l \mu dz$$

X射线折射的原因



$$M(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y, z) dz$$

$$\Phi(x, y) = -k \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y, z) dz$$



$$\begin{aligned} \theta_x(x, y) &= \frac{\text{光程差}}{\Delta x} = \frac{(n_2 - n_1) \Delta z}{\Delta x} \\ &= -\frac{(\delta_2 - \delta_1) \Delta z}{\Delta x} = -\frac{\Delta \delta}{\Delta x} \Delta z \\ &= -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial x} dz \end{aligned}$$

δ 越大 λ 越小

$$\theta_y(x, y) = \frac{\text{光程差}}{\Delta y} = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial y} dz$$

相位梯度和折射角的关系

■ 因为 $\theta_x = -\int \frac{\partial \delta}{\partial x} dz$ $\theta_y = -\int \frac{\partial \delta}{\partial y} dz$ $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial z} dz = 0$

■ 所以

$$\begin{aligned} \frac{\nabla \Phi(x, y)}{k} &= -\int_{-\infty}^{\infty} \nabla \delta(x, y, z) dz \\ &= -\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial z} \vec{e}_z \right] dz \\ &= -\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial y} \vec{e}_y \right] dz \\ &= \theta_x(x, y) \vec{e}_x + \theta_y(x, y) \vec{e}_y = \vec{\theta}(x, y) \end{aligned}$$

■ 可知，样品的微小折射角是一个二维矢量。

相位拉普拉斯

- 梯度的散度

$$\frac{\nabla \cdot \nabla \Phi(x, y)}{k} = -\nabla \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \nabla \delta(x, y, z) dz = \frac{\partial \theta_x(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial \theta_y(x, y)}{\partial y}$$

- 因为 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 \delta(x, y, z)}{\partial z^2} dz = 0$

- 所以

$$\begin{aligned} \frac{\nabla^2 \Phi(x, y)}{k} &= -\int_{-\infty}^{\infty} \nabla^2 \delta(x, y, z) dz \\ &= -\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial^2 \delta(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \delta(x, y, z)}{\partial z^2} \right] dz \\ &= -\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial^2 \delta(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta(x, y, z)}{\partial y^2} \right] dz \end{aligned}$$

四种可用于X射线投影成像的直线积分

- 对物体的 $\mu(x, y, z)$ 进行投影成像：吸收信号

$$M(x, y) = \ln \frac{I_0}{I(x, y)} = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y, z) dz$$

- 对物体的 $\delta(x, y, z)$ 进行投影成像：相移信号

$$\Phi(x, y) = -k \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y, z) dz$$

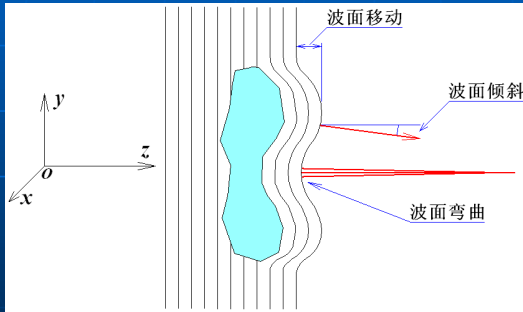
- 对物体的 $\nabla \delta(x, y, z)$ 进行投影成像：折射角信号

$$\nabla \Phi(x, y) = -k \int_{-\infty}^{\infty} \nabla \delta(x, y, z) dz$$

- 对物体的 $\nabla^2 \delta(x, y, z)$ 进行投影成像：聚焦或发散信号

$$\nabla^2 \Phi(x, y) = -k \int_{-\infty}^{\infty} \nabla^2 \delta(x, y, z) dz$$

三种局域相位信号的物理图像



波面移动

$$\Phi(x, y) = -k \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y, z) dz$$

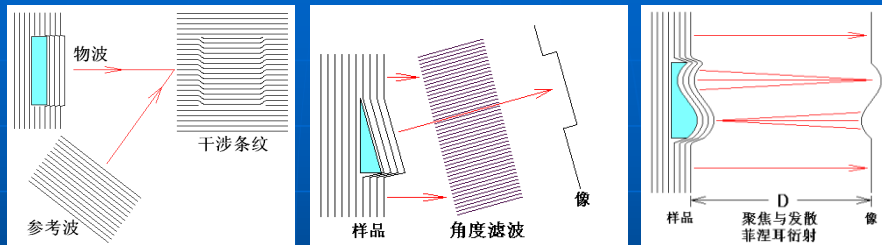
波面倾斜

$$\nabla \Phi(x, y) = -k \int_{-\infty}^{\infty} \nabla \delta(x, y, z) dz$$

波面弯曲

$$\nabla^2 \Phi(x, y) = -k \int_{-\infty}^{\infty} \nabla^2 \delta(x, y, z) dz$$

探测相位的三种方法



- 根据相位信号的特点，发展了三种探测相位信号的方法，
- 1、利用干涉条纹探测相位；
- 2、利用角分辨元件探测折射角（相位一阶导数）；
- 3、利用不同距离探测光强，获得相位二阶导数。

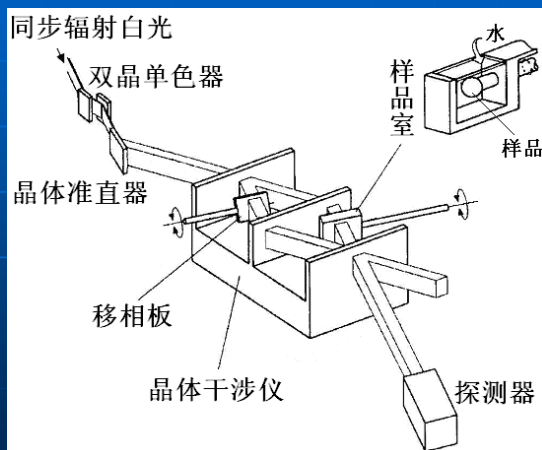
相位衬度投影成像的基本分类

三种相位信号，四种提取方法

- 干涉成像：利用参考光提取相移信号
- 衍射增强成像：利用晶体的角分辨能力提取折射角信号
- 光栅剪切成像：利用光栅的角分辨能力提取折射角信号
- 同轴相位传播成像：利用距离提取聚束或扩束信号

干涉成像方法

- 利用晶体干涉仪，产生参考光探测相移

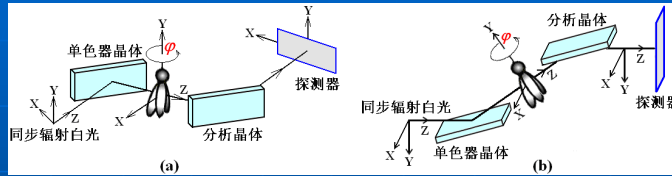


$$\Phi(x, y) = -k \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y, z) dz$$

相移信号是折射率的
投影积分，从中可以
重建折射率 $\delta(x, y, z)$

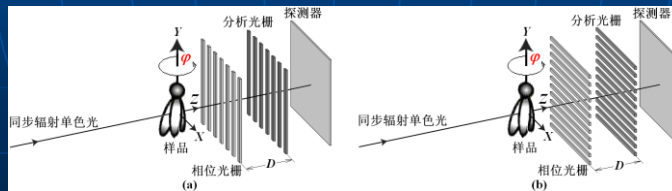
折射角成像信号探测方法

- 衍射增强成像方法利用晶体角分辨探测折射角



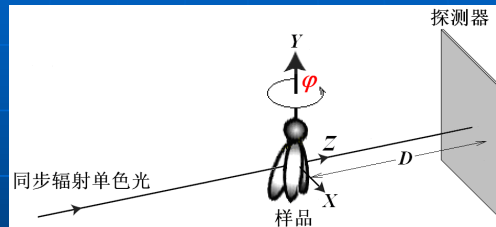
$$\frac{1}{k} \nabla \Phi(x, y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \nabla \delta(x, y, z) dz = \theta_x(x, y) \vec{e}_x + \theta_y(x, y) \vec{e}_y = \vec{\theta}(x, y)$$

- 光栅剪切成像方法利用光栅角分辨探测折射角



相位拉普拉斯成像信号探测方法

- 同轴相位传播成像方法



- 利用距离将相位二阶导数转变为光强的二阶导数

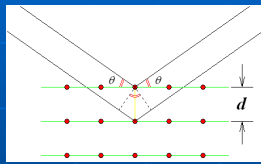
$$\nabla^2 \Phi(x, y) = -k \int_{-\infty}^{\infty} \nabla^2 \delta(x, y, z) dz$$

衍射增强成像

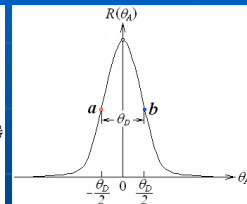
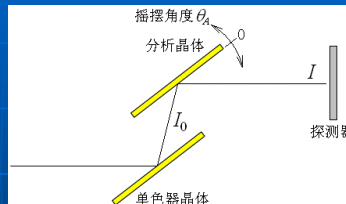
只考虑吸收和折射

衍射增强成像原理

- 衍射增强成像利用单晶晶格的Bragg衍射产生单色X射线。



$$2d \sin \theta = m\lambda \quad m=1,2,3,\dots$$



- 单晶具有非常窄的接收角，分析晶体偏离接收角，探测器任意一个像素的光强迅速下降，摇摆分析晶体，探测器任意一个像素光强随摇摆角变化的曲线，称为摇摆曲线。
- 无样品时，探测器任意一个像素的光强可用下式表示：

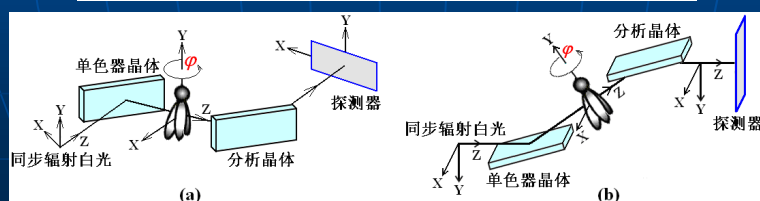
$$I = I_0 R(\theta_A)$$

衍射增强成像方程

- 当样品放入两块晶体中，样品对X射线产生两个作用，吸收和折射，吸收使从样品出射的光强减弱，折射改变入射在分析晶体上的角度；
- 因为分析晶体相对入射光线转动一个角度，和入射光线改变一个相同的入射角度等价，所以有

$$I^{\parallel}(x, y) = I_0 \exp(-M(x, y)) R(\theta_A - \theta_x(x, y))$$

$$I^{\perp}(x, y) = I_0 \exp(-M(x, y)) R(\theta_A - \theta_y(x, y))$$



两种成像函数

- 吸收函数 $M(x, y)$,
- 折射角函数 $\theta(x, y)$,
- 如何从探测器拍摄的 $I(x, y)$ 中提取 $M(x, y)$ 和 $\theta(x, y)$?
- 这就像解二元一次方程，拍摄两幅不同的像，然后从中解出 $M(x, y)$ 和 $\theta(x, y)$ 。

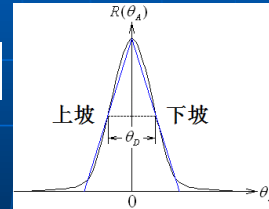
双坡位衍射增强成像方法

- 上坡像和下坡像方法：先将分析晶体转动到 $-\theta_D/2$ ，使摇摆曲线的光强位于上坡线性区域，拍摄一张样品像，称为上坡像；再将分析晶体转动到 $\theta_D/2$ ，使摇摆曲线的光强位于下坡线性区域，拍摄一张样品像，称为下坡像；设 C 为线性区域斜率，则衍射增强成像方程为

$$I''(x, y) = I_0 \exp(-M(x, y)) R(\theta_A - \theta_x(x, y))$$

$$I''(x, y)_{\text{上}} = I_0 \exp(-M(x, y)) R\left(-\frac{\theta_D}{2}\right) (1 - C\theta_x(x, y))$$

$$I''(x, y)_{\text{下}} = I_0 \exp(-M(x, y)) R\left(\frac{\theta_D}{2}\right) (1 + C\theta_x(x, y))$$



$$R\left(-\frac{\theta_D}{2}\right) = R\left(\frac{\theta_D}{2}\right)$$

$$C = \frac{2}{\theta_D}$$

双坡位衍射增强成像方法

$$I''(x, y)_{\text{下}} + I''(x, y)_{\text{上}} = 2I_0 \exp(-M(x, y)) R\left(\frac{\theta_D}{2}\right)$$

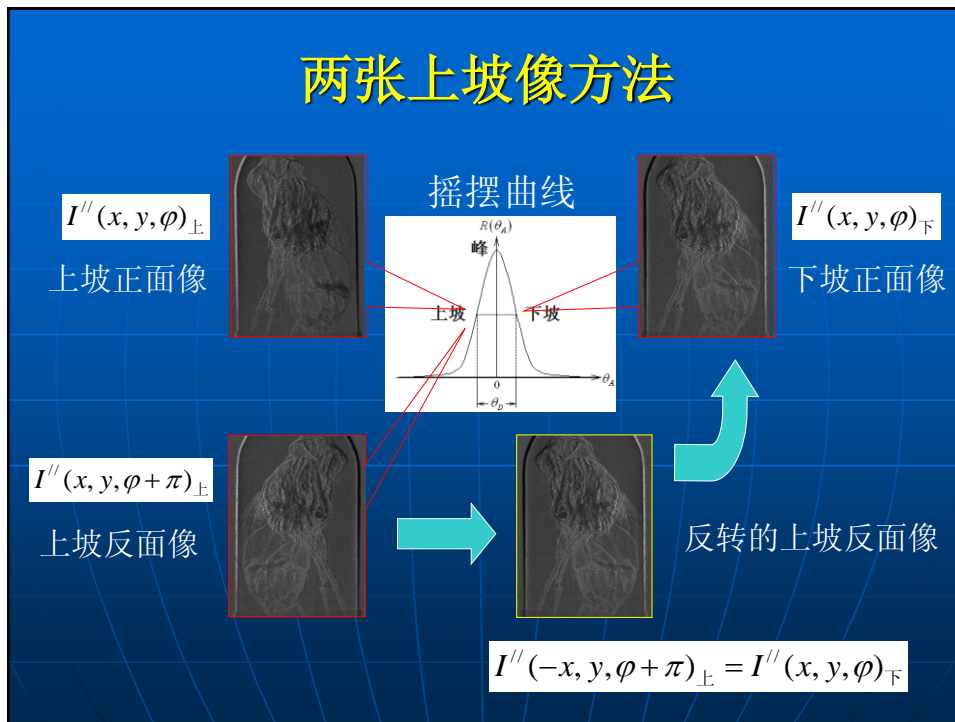
$$I''(x, y)_{\text{下}} - I''(x, y)_{\text{上}} = 2I_0 \exp(-M(x, y)) R\left(\frac{\theta_D}{2}\right) C\theta_x(x, y)$$

$$M(x, y) = \ln \frac{2I_0 R\left(\frac{\theta_D}{2}\right)}{I''(x, y)_{\text{下}} + I''(x, y)_{\text{上}}}$$

$$\theta_x(x, y) = \frac{\theta_D}{2} \cdot \frac{I''(x, y)_{\text{下}} - I''(x, y)_{\text{上}}}{I''(x, y)_{\text{下}} + I''(x, y)_{\text{上}}}$$

- 是否有拍摄中不需要转动分析晶体的方法？

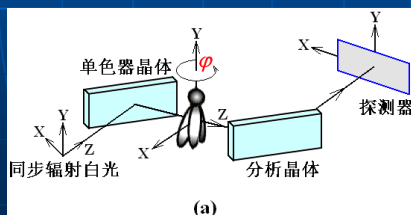
两张上坡像方法



单坡位衍射增强成像方法

$$M(x, y) = \ln \frac{2I_0 R \left(\frac{\theta_D}{2} \right)}{I''(-x, y, \varphi + \pi)_{\text{上}} + I''(x, y, \varphi)_{\text{上}}}$$

$$\theta_x(x, y) = \frac{\theta_D}{2} \cdot \frac{I''(-x, y, \varphi + \pi)_{\text{上}} - I''(x, y, \varphi)_{\text{上}}}{I''(-x, y, \varphi + \pi)_{\text{上}} + I''(x, y, \varphi)_{\text{上}}}$$

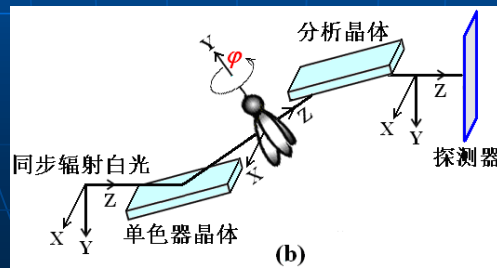


提取垂直折射角的方法

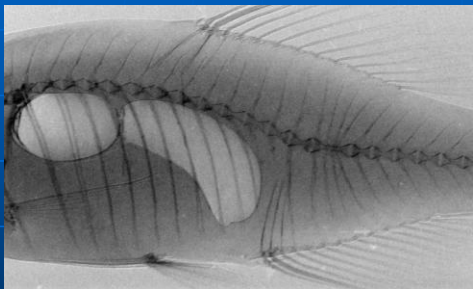
- 单腰方法对提取垂直折射角不适合。

$$M(x, y) = \ln \frac{2I_0 R \left(\frac{\theta_D}{2} \right)}{I^\perp(x, y)_\text{下} + I^\perp(x, y)_\text{上}}$$

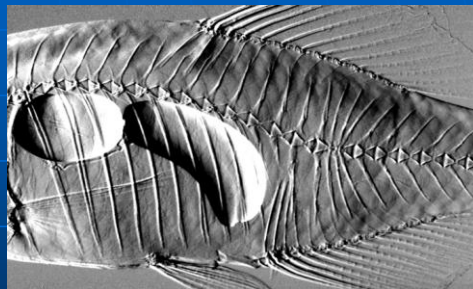
$$\theta_y(x, y) = \frac{\theta_D}{2} \cdot \frac{I^\perp(x, y)_\text{下} - I^\perp(x, y)_\text{上}}{I^\perp(x, y)_\text{下} + I^\perp(x, y)_\text{上}}$$



北京同步辐射相位衬度成像研究成果



吸收衬度像



折射衬度像

请各位专家批评指正

角度信号成像原理

朱佩平

2013年11月22日

引言

- 借用无线电载波传输音频信号的物理概念，可以为角度信号成像原理提供清晰的物理图像，可以为各位提供一个新的分析问题和解决问题的思路。

提纲

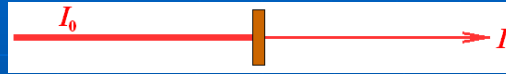
- 1 角度成像信号
- 2 空间载波
- 3 角度信号调制空间载波
- 4 检波器
- 5 定量信息的提取
- 6 两种角度信号成像方法之间的关系

1

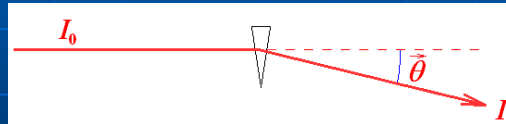
角度成像信号

被检物体产生的三种角度信号

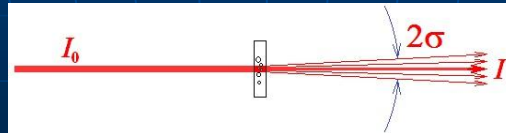
像茶色玻璃吸收光



像无色棱镜折射光



像无色磨砂玻璃散射光



物质厚度未知，如何表达相位和吸收？

- 参考真空相位方法可以解决这个问题：

$$\int_{\text{光源}}^{\text{探测器}} dz = \int_{-\infty}^0 dz + \int_{-\infty}^l dz + \int_l^{\infty} dz = \Phi_{\text{真空}}$$

$$\int_{\text{光源}}^{\text{探测器}} ndz = \int_{-\infty}^0 ndz + \int_{-\infty}^l ndz + \int_l^{\infty} ndz = \Phi_{\text{样品}}$$

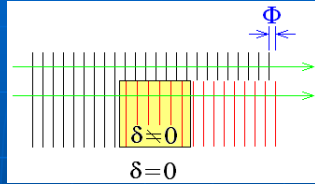
$$\Phi = \Phi_{\text{样品}} - \Phi_{\text{真空}} = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^l (n-1) dz = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} (n-1) dz$$

$$A = A_0 \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} (n-1) dz\right) = A_0 \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} (-\delta + i\beta) dz\right) = A_0 \exp(i\Phi) \exp\left(-\frac{M}{2}\right)$$

$$\Phi = -\frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \delta dz = -\frac{2\pi}{\lambda} \int_0^l \delta dz$$

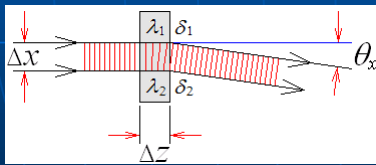
$$M = \frac{4\pi}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \beta dz = \frac{4\pi}{\lambda} \int_0^l \beta dz = \int_0^l \mu dz$$

相位和折射角的关系



$$M(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y, z) dz$$

$$\Phi(x, y) = -k \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y, z) dz$$

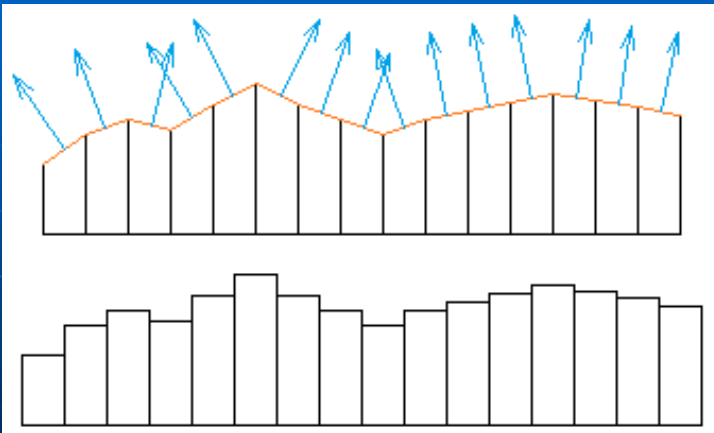


$$\begin{aligned} \theta_x(x, y) &= \frac{\text{光程差}}{\Delta x} = \frac{(n_2 - n_1) \Delta z}{\Delta x} \\ &= -\frac{(\delta_2 - \delta_1) \Delta z}{\Delta x} = -\frac{\Delta \delta}{\Delta x} \Delta z \\ &= -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial x} dz \end{aligned}$$

δ 越大 λ 越小

$$\theta_y(x, y) = \frac{\text{光程差}}{\Delta y} = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial y} dz$$

像素、相位、折射角之间的关系



折射角

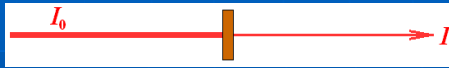
相位导数

相位

像素

吸收信号的表达

- 吸收是零角度信号，就像茶色玻璃吸收可见光



- 可以表达为

$$O(\mathcal{G}; x, y)_{\text{absorption only}} = \delta(\mathcal{G}) \exp(-M(x, y))$$

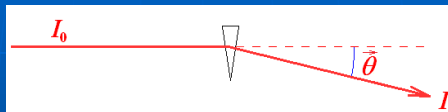
- 其中

$$M(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y, z) dz$$

- 其中 μ 是线性吸收系数。

折射信号的表达

- 折射是角度偏转信号，就像无色棱镜折射可见光



- 可以表达为

$$O(\mathcal{G}; x, y)_{\text{refraction only}} = \delta(\mathcal{G} - \theta_x(x, y))$$

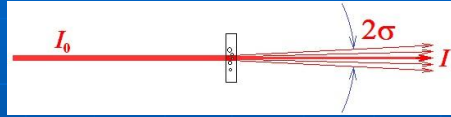
- 其中

$$\theta_x(x, y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial x} dz$$

- 其中 δ 是折射率实部衰减率。

散射信号的表达

- 散射也是角度偏转信号



- 可表达为

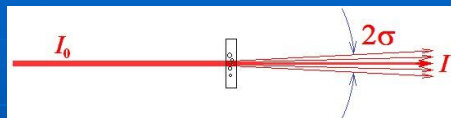
$$O(\vartheta; x, y)_{\text{scattering only}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(x, y)} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\vartheta}{\sigma(x, y)}\right)^2\right]$$

- 其中 $\sigma^2(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(x, y, z) dz$ 描述光束散射部分的增加，
- ω 为线性散射系数。

Chou C Y et al., *Phys. Med. Biol.*, **52**: 1923 (2007).

散射信号的更准确表达

- 散射也是角度偏转信号



- 可表达为

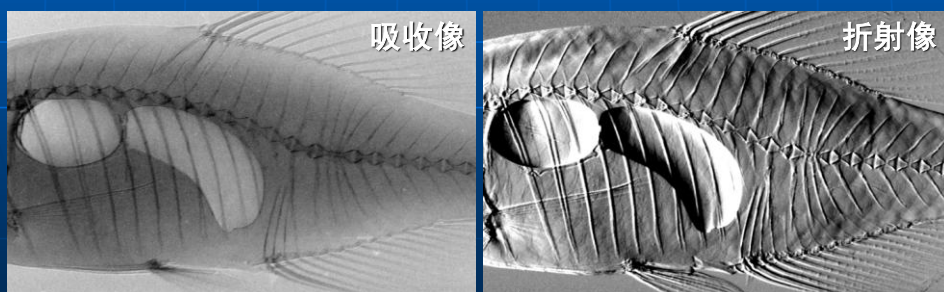
$$O(\vartheta; x, y)_{\text{scattering only}} = \delta(\vartheta) \exp(-\Gamma(x, y)) + \frac{1 - \exp(-\Gamma(x, y))}{\sqrt{2\pi}\sigma(x, y)} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\vartheta}{\sigma(x, y)}\right)^2\right]$$

- 其中 $\Gamma(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(x, y, z) dz$ 描述光束中心部分的衰减，
- γ 为线性消光系数；
- 其中 $\sigma^2(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(x, y, z) dz$ 描述光束散射部分的增加，
- ω 为线性散射系数。

Oltulu O, 2003 *Ph. D. Dissertation*

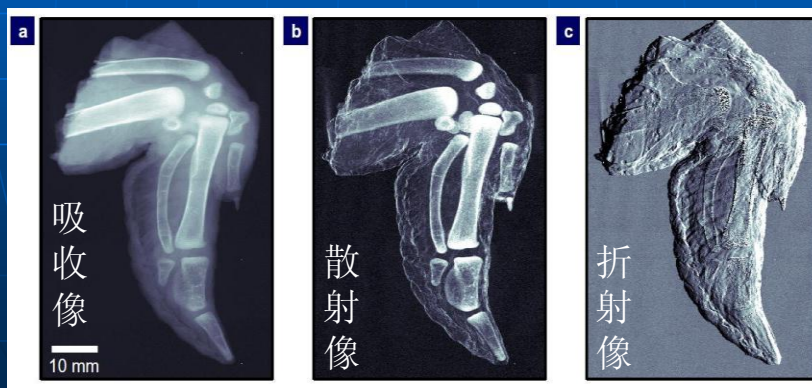
折射角成像的例子

- 下图是在北京同步辐射成像站获得的研究成果，鱼鳔是X射线凸透镜，鱼骨是X射线凹透镜，向左折射的光强是亮的，向右边折射的光强是暗的。



散射角成像的例子

- 下图是瑞士光源的成像研究成果，骨骼中多孔结构就像磨砂玻璃，散射的光强是亮的，直射的光强是暗的。

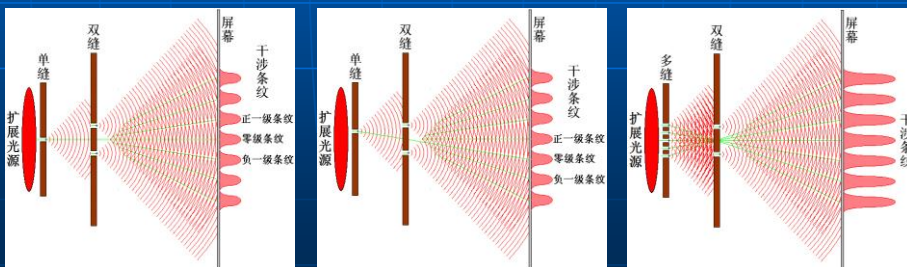


空间载波

- 两种空间载波：
 - (1) 光栅干涉条纹
 - (2) 光栅投影条纹

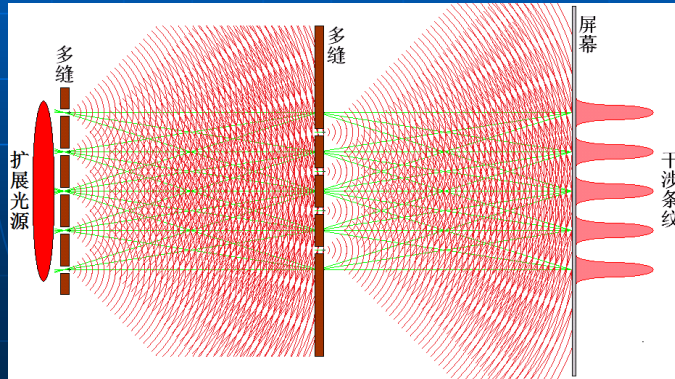
产生双缝干涉条纹的方法

- 单缝光源产生双缝干涉条纹；
- 移动单缝光源，双缝干涉条纹反向移动；
- 多缝光源产生双缝干涉条纹，相邻缝光源的干涉条纹错位一个周期。

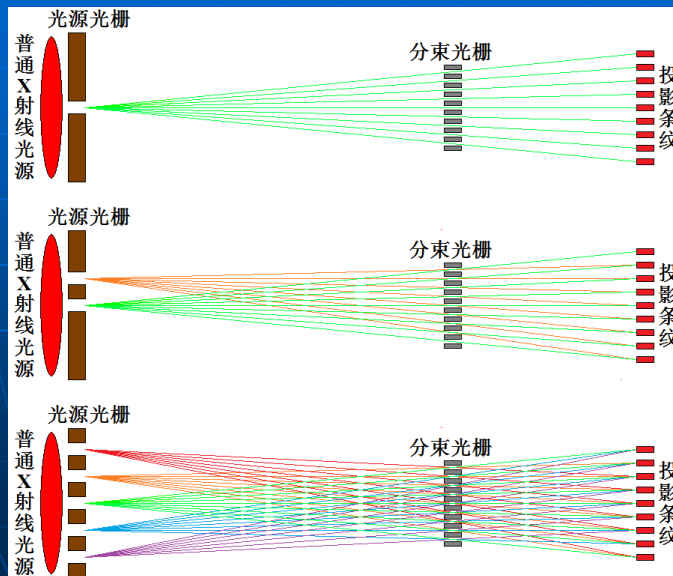


光栅干涉条纹产生原理

- 每一单缝光源独自是相干光源，可使多缝产生干涉条纹；
- 虽然相邻两缝光源之间不相干，但是相邻两缝产生的干涉条纹之间错位一个周期。
- 这种干涉现象称为Talbot-Lau效应。



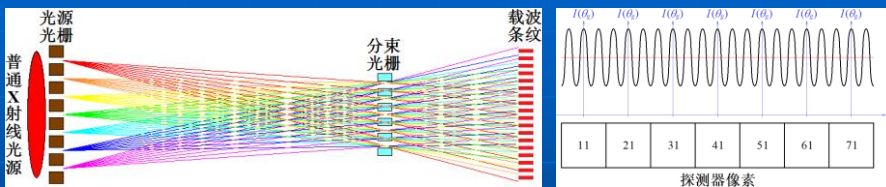
光栅投影条纹产生原理



角度信号调制空间载波

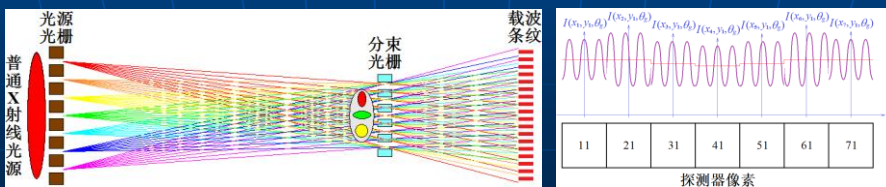
空间载波的产生

- X射线光源、光源光栅和分束光栅是空间载波发生器；

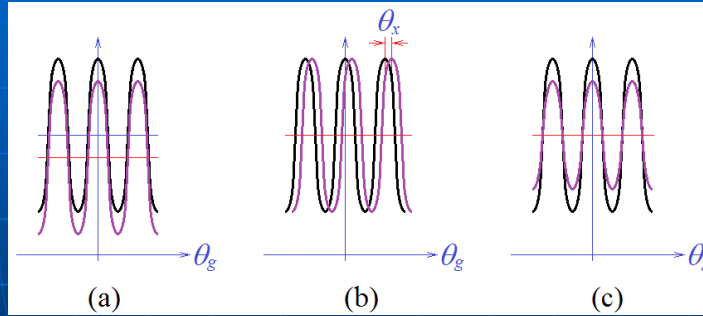


样品的角度信号调制空间载波

- 条纹扭曲是空间载波携带被检物体信号的标志。



调制空间载波的三种方式



- (a) 吸收降低载波条纹本底光强，产生调制本底的空间载波；
- (b) 折射移动载波条纹的相位，产生调制相位的空间载波；
- (c) 散射降低载波条纹的幅度，产生调制幅度的空间载波。

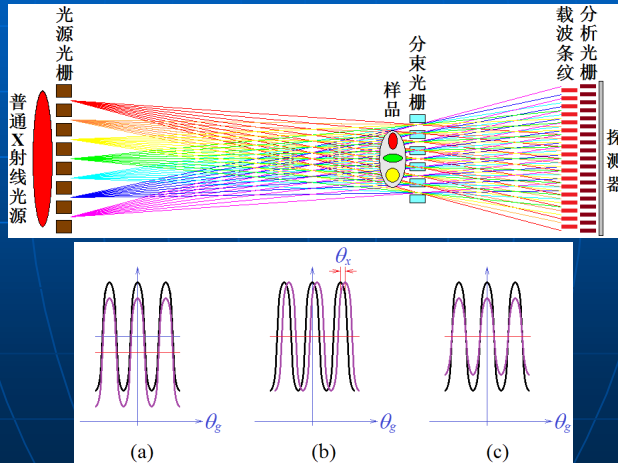
4

检波器

- 无线电中有一维时间信号检波器；
- 分析光栅是二维空间信号检波器，
分析光栅是一维角度信号检波器。

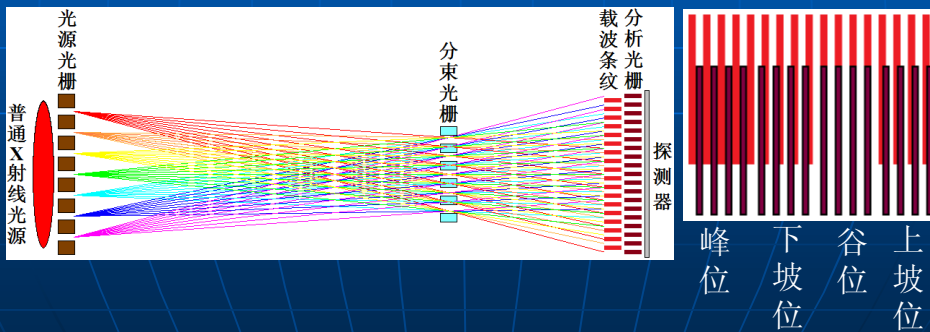
国外普遍采用全波检波方法

- 用分析光栅分别扫描无样品和有样品的空间载波，
- 对比两种波形，提取三种成像信号。

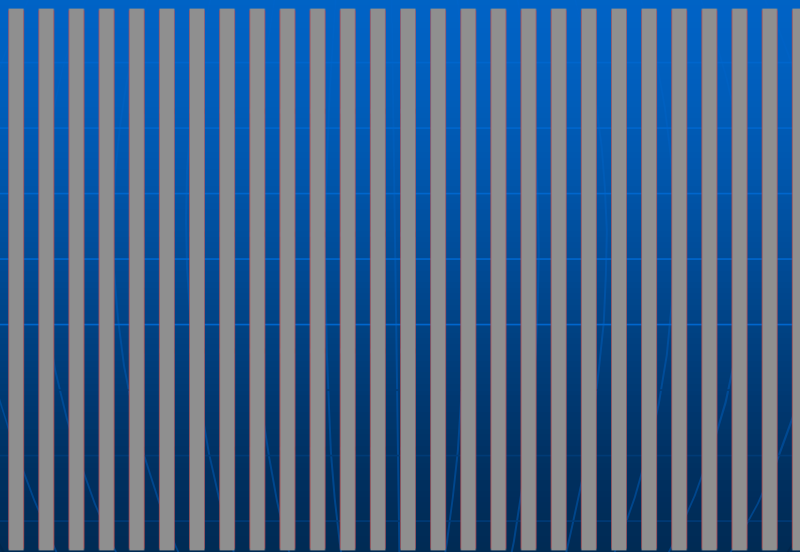


我们采用定位检波方法

- 无须知道整个波形，只须考虑四个对称位置的检波效果，就可获取样品的三种成像信号；
- 峰位（亮场）、下坡位（半亮场）、谷位（暗场）、上坡位（半亮场）

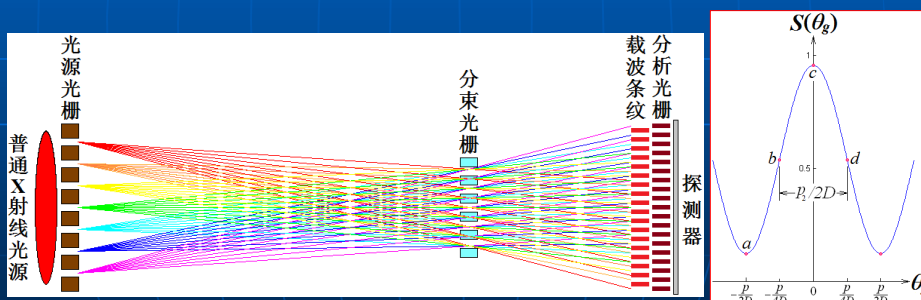


分析光栅对无信号空间载波的作用

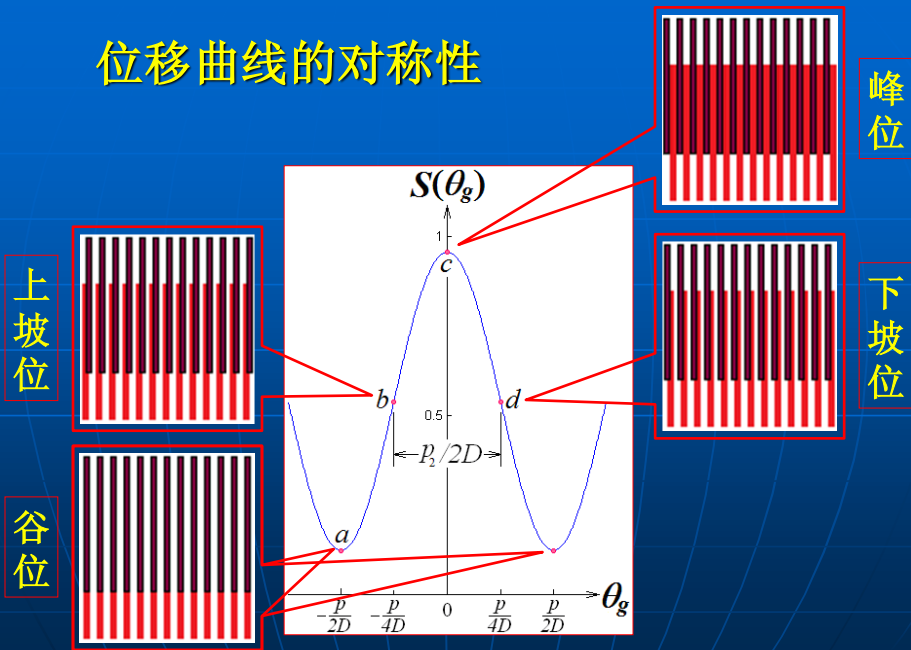


分析光栅对无信号空间载波的作用

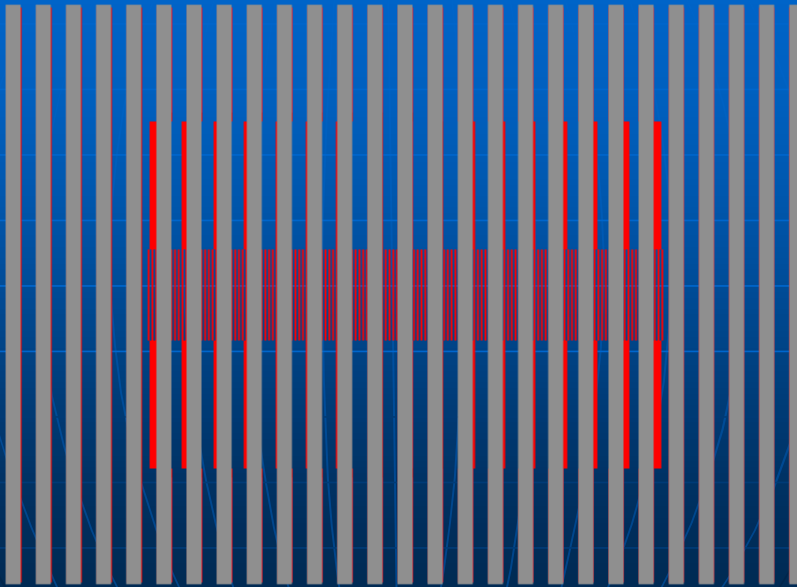
- 分析光栅连续移动，探测器每一个像素都测得一条位移曲线；
- 在数学上，这个操作是相关运算。



位移曲线的对称性

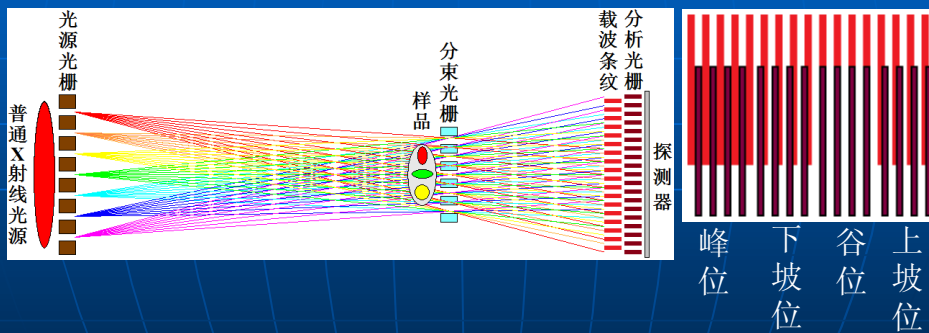


分析光栅对有信号空间载波的作用



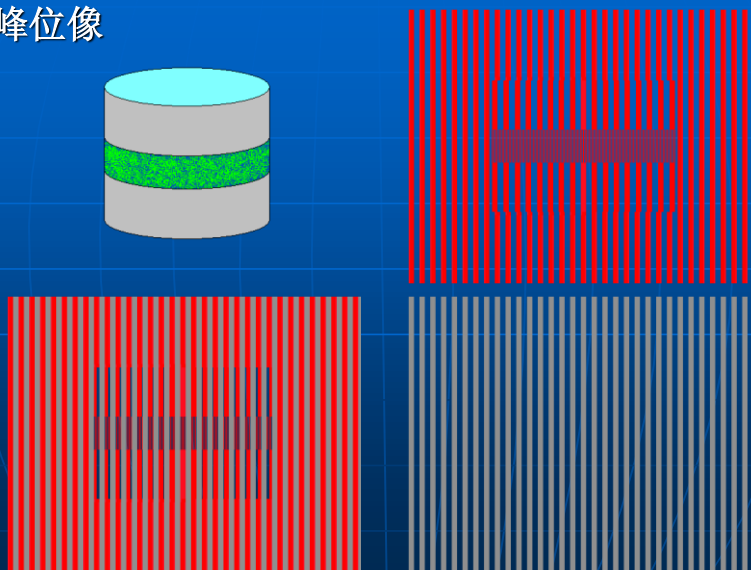
四种像的对称性

- 峰位像，下坡像，谷位像，上坡像



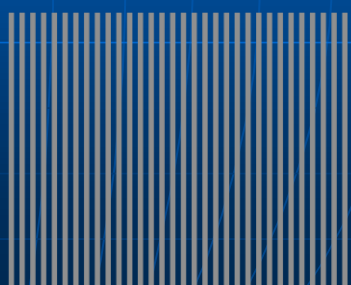
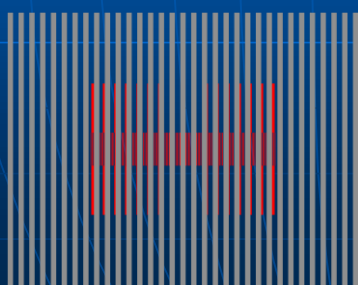
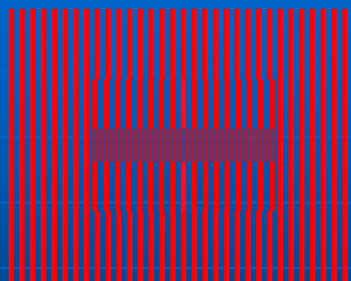
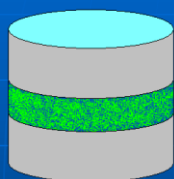
峰位像和谷位像的对称性

- 峰位像



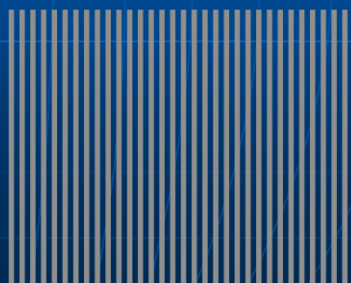
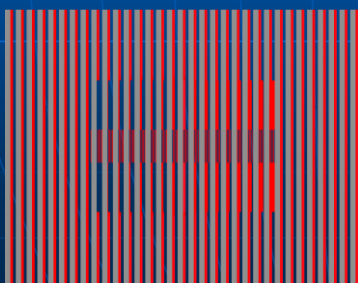
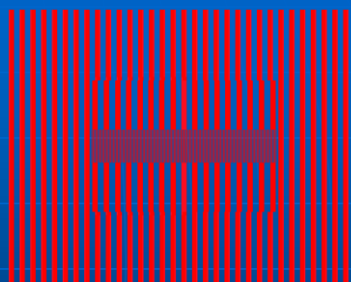
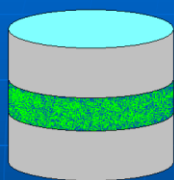
峰位像和谷位像的对称性

- 谷位像



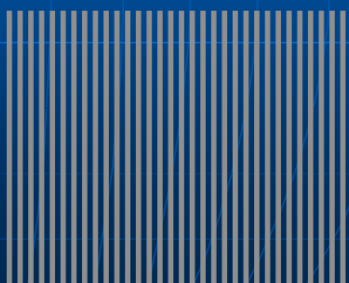
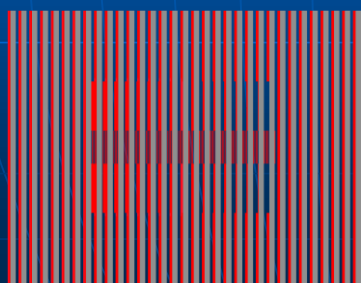
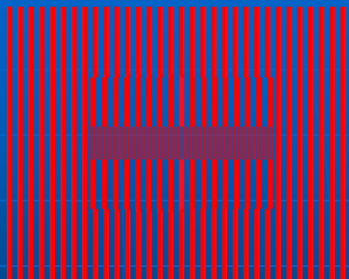
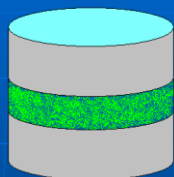
上坡像和下坡像的对称性

- 下坡像

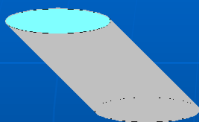


上坡像和下坡像的对称性

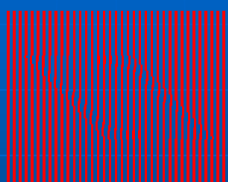
■ 上坡像



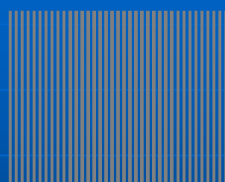
斜圆柱样品四种像的对称性



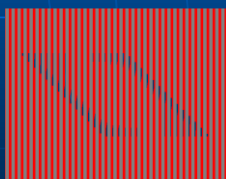
样品



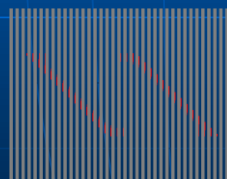
条纹扭曲



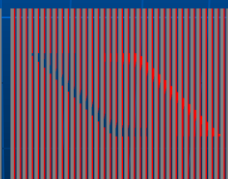
分析光栅



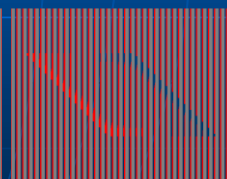
峰位像



谷位像



下坡像

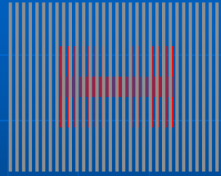
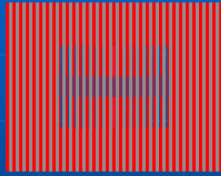


上坡像

吸收像的分离提取

峰位像

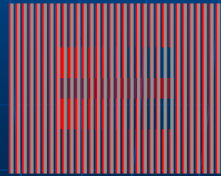
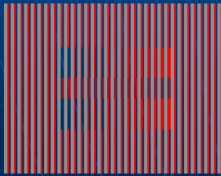
谷位像



吸收像

下坡像

上坡像

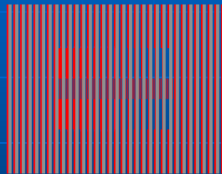
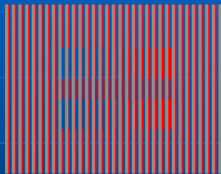


吸收像

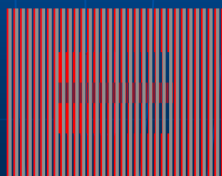
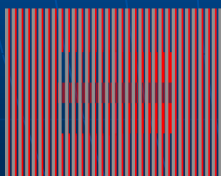
折射像的分离提取

下坡像

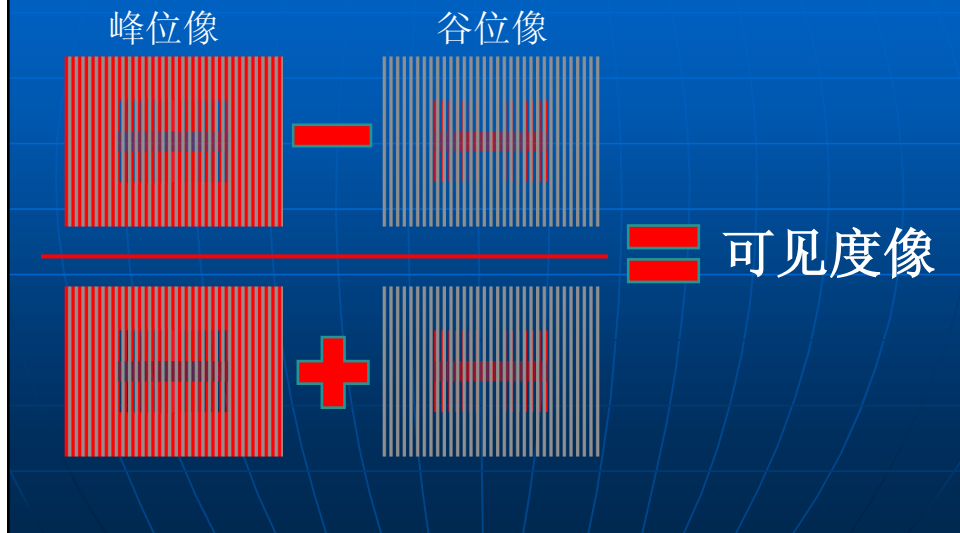
上坡像



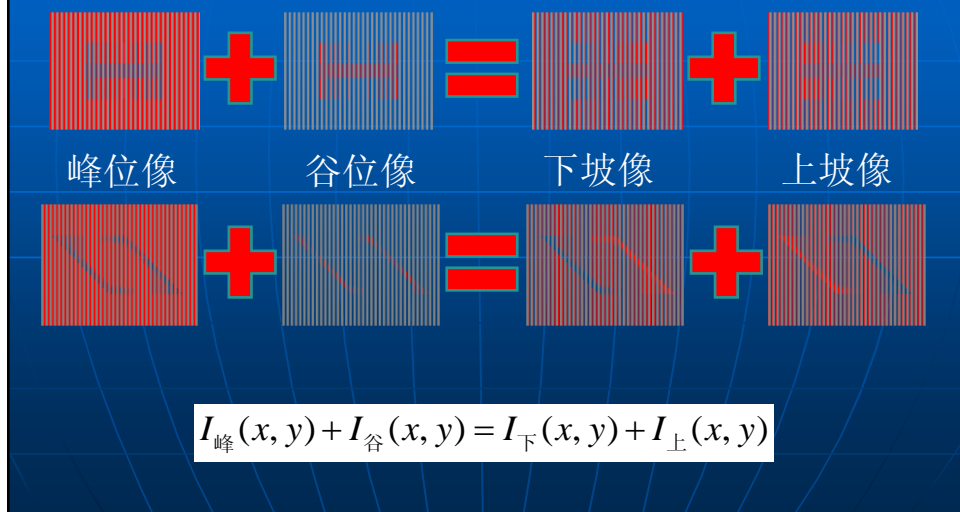
折射像



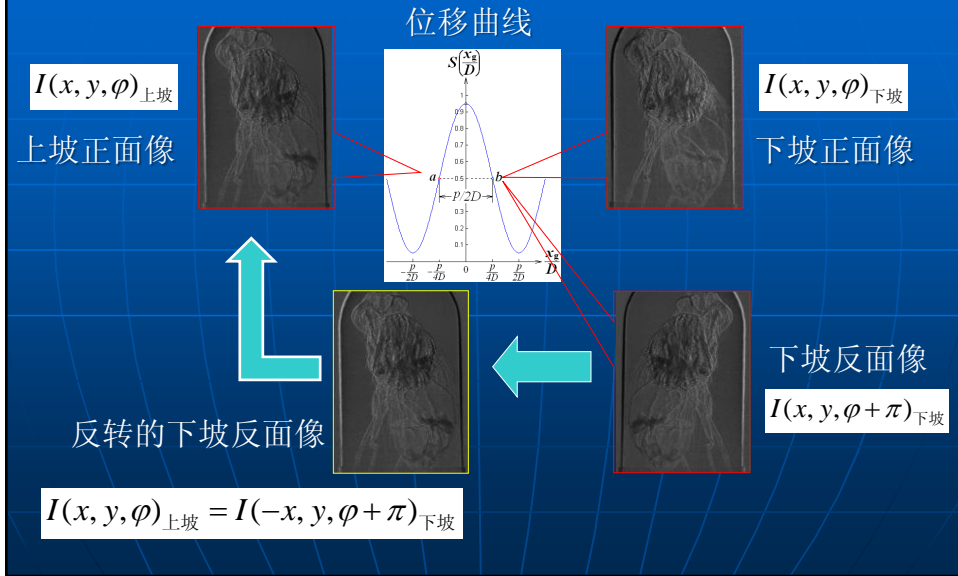
可见度像的分离与提取



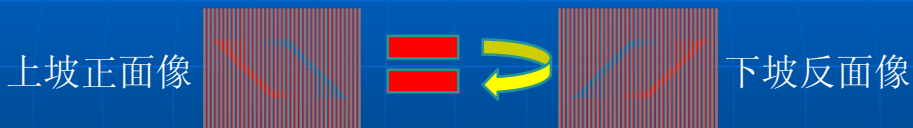
三个检波位置足以



用拍下坡像的方法获得上坡像



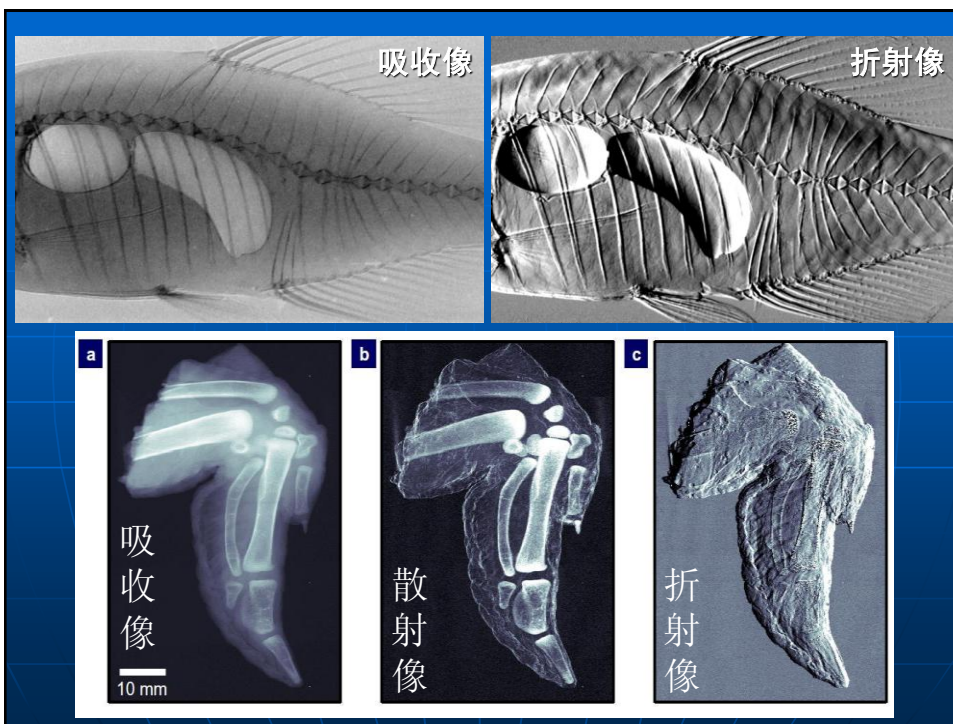
利用正反像关系，只需两个检波位置；若只提取吸收和折射两种信号，一个检波位置足以。



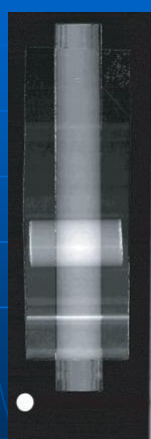
$$I_{\text{上}}(x, y, \varphi) = I_{\text{下}}(-x, y, \varphi + \pi)$$



$$I_{\text{下}}(x, y, \varphi) = I_{\text{上}}(-x, y, \varphi + \pi)$$



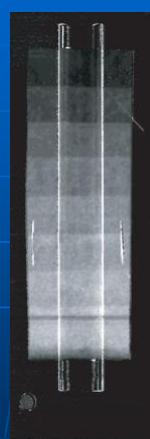
三种成像结果



吸收像



折射像

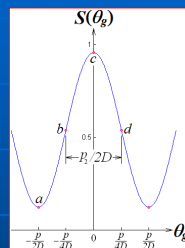
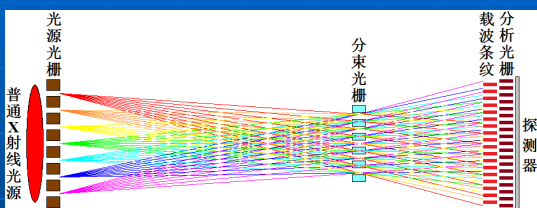


散射像

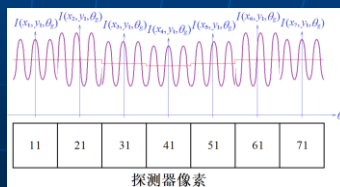
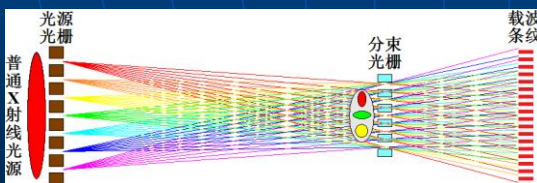
定量信息的提取

新方法中的数学

- 分析光栅相对载波条纹位移，是一个相关运算

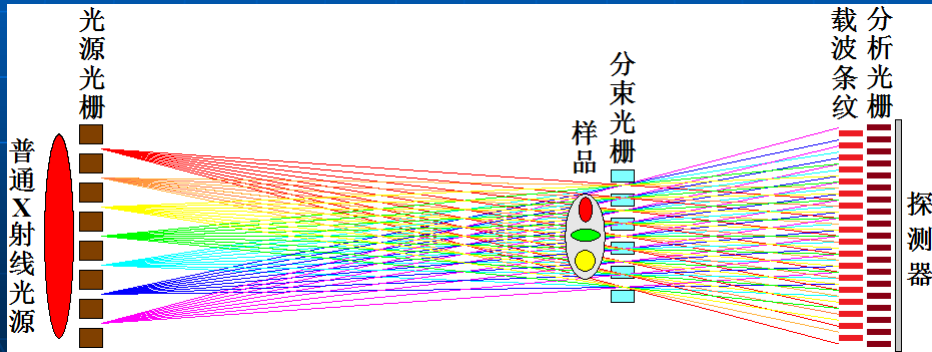


- 角度信号对载波条纹的调制，是一个卷积运算



新方法中的数学

- 角度信号和位移曲线的卷积描述光栅剪切成像过程。



三种信号成像的近似解析解

- 吸收像、折射角像、散射角方差像

$$M(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y, z) dz = \ln \frac{2I_0 \bar{S}}{I_{\uparrow}(x, y) + I_{\downarrow}(x, y)}$$

$$\theta_x(x, y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial x} dz = \left(\frac{p}{2\pi D} \right) \arctan \left(\frac{I_{\downarrow}(x, y) - I_{\uparrow}(x, y)}{I_{\uparrow}(x, y) - I_{\downarrow}(x, y)} \right)$$

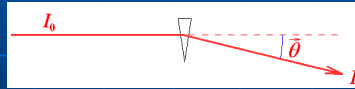
$$\sigma^2(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x, y, z) dz = 2 \left(\frac{p}{2\pi D} \right)^2 \ln \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{I_{\uparrow}(x, y) - I_{\downarrow}(x, y)}{I_{\uparrow}(x, y) + I_{\downarrow}(x, y)} \right)^2 + \left(\frac{I_{\downarrow}(x, y) - I_{\uparrow}(x, y)}{I_{\downarrow}(x, y) + I_{\uparrow}(x, y)} \right)^2}}$$

三种信号都可以用于CT重建

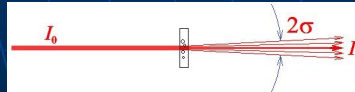
$$\mu(x, y, z) = \int_0^\pi \cos \varphi d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} [M(x_r, \varphi, z) * \mathcal{F}^{-1}\{|\rho|\}] \delta(x \cos \varphi + y \sin \varphi - x_r) dx_r$$



$$n(x, y, z) = \int_0^\pi d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} \left[\theta_r(x_r, \varphi, z) * \mathcal{F}^{-1}\left\{ \frac{|\rho|}{2\pi i \rho} \right\} \right] \delta(x \cos \varphi + y \sin \varphi - x_r) dx_r$$



$$\omega(x, y, z) = \int_0^\pi \cos \varphi d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} [\sigma^2(x_r, \varphi, z) * \mathcal{F}^{-1}\{|\rho|\}] \delta(x \cos \varphi + y \sin \varphi - x_r) dx_r$$

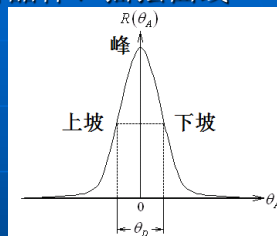
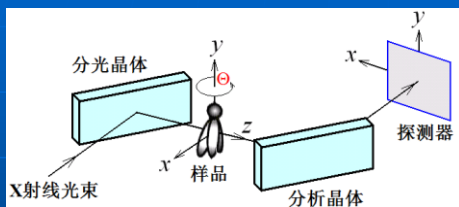


6

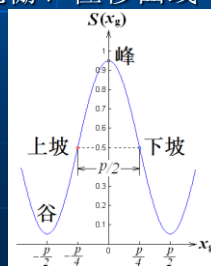
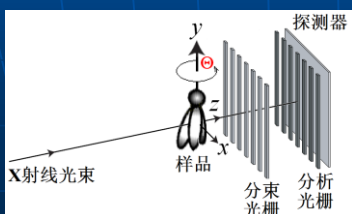
两种角度信号成像方法之间的关系

角度信号成像的共同特征

- 衍射增强成像中有分光晶体、分析晶体、摇摆曲线

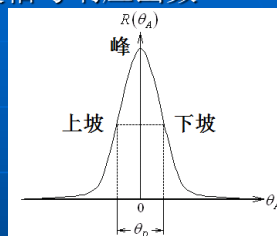
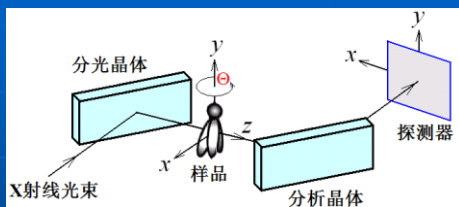


- 光栅剪切成像中有分束光栅、分析光栅、位移曲线

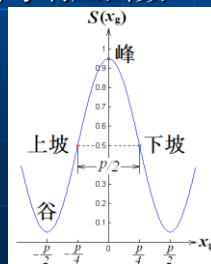
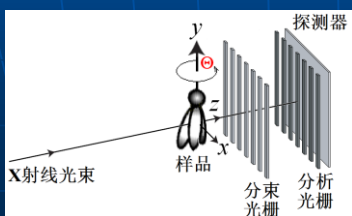


角度信号响应函数

- 摇摆曲线是衍射增强成像中的角度信号响应函数



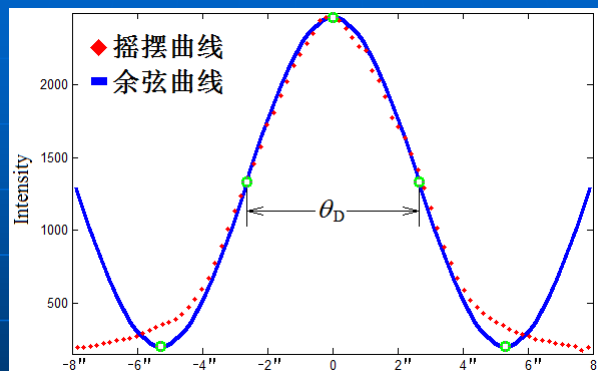
- 位移曲线是光栅剪切成像中的角度信号响应函数



两种成像之间的相同和不同

- 角度信号相同；
- 角度信号响应曲线都有上坡、峰、下坡；
- 利用角度信号响应曲线三个位置，可以获得吸收、折射和散射信息；
- 用余弦曲线拟合位移曲线，推导出提取吸收、折射和散射信息的简便方法；
- 若用余弦曲线拟合摇摆曲线，则同样可以推导出提取吸收、折射和散射信息的简便方法。
- 摇摆曲线是单峰曲线，没有谷；
- 位移曲线是周期曲线，有峰有谷。

余弦曲线拟合摇摆曲线



$$R(\vartheta) = R \left[1 + V_0 \cos \left(\frac{\pi}{\theta_D} \vartheta \right) \right]$$

$$R = \frac{R_{\max} + R_{\min}}{2}$$

$$V_0 = \frac{R_{\max} - R_{\min}}{R_{\max} + R_{\min}}$$

三种信号成像的近似解析解

- 吸收像、折射角像、散射角方差像

$$M(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y, z) dz = \ln \frac{2I_0 R}{I_{\uparrow}(x, y) + I_{\downarrow}(x, y)}$$

$$\theta_x(x, y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial x} dz = \left(\frac{\theta_D}{\pi} \right) \arctan \left(\frac{I_{\downarrow}(x, y) - I_{\uparrow}(x, y)}{2I_{\text{峰}}(x, y) - I_{\downarrow}(x, y) - I_{\uparrow}(x, y)} \right)$$

$$\sigma^2(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x, y, z) dz = 2 \left(\frac{\theta_D}{\pi} \right)^2 \ln \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{2I_{\text{峰}}(x, y)}{I_{\downarrow}(x, y) + I_{\uparrow}(x, y)} - 1 \right)^2 + \left(\frac{I_{\downarrow}(x, y) - I_{\uparrow}(x, y)}{I_{\downarrow}(x, y) + I_{\uparrow}(x, y)} \right)^2}}$$

当散射方差为零时

- 可以证明：用余弦曲线拟合摇摆曲线，并忽略散射时，吸收像和折射角像的表达为

$$M(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y, z) dz = \ln \frac{2I_0 R}{I_{\uparrow}(x, y) + I_{\downarrow}(x, y)}$$

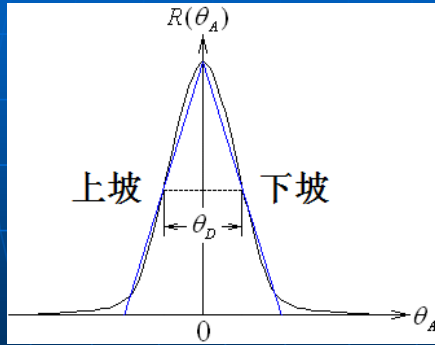
$$\theta_x(x, y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \delta(x, y, z)}{\partial x} dz = \left(\frac{\theta_D}{\pi} \right) \arcsin \left(\frac{I_{\downarrow}(x, y) - I_{\uparrow}(x, y)}{I_{\downarrow}(x, y) + I_{\uparrow}(x, y)} \right)$$

- 已知：用三角曲线拟合摇摆曲线，不考虑散射时，吸收像和折射角像的表达为

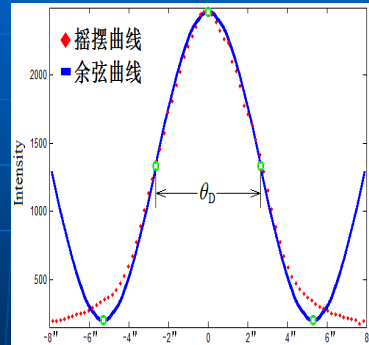
$$M(x, y) = \ln \frac{2I_0 R \left(\frac{\theta_D}{2} \right)}{I''(x, y)_{\downarrow} + I''(x, y)_{\uparrow}}$$

$$\theta_x(x, y) = \frac{\theta_D}{2} \cdot \frac{I''(x, y)_{\downarrow} - I''(x, y)_{\uparrow}}{I''(x, y)_{\downarrow} + I''(x, y)_{\uparrow}}$$

差别来自不同的曲线近似



三角曲线拟合摇摆曲线



余弦曲线拟合摇摆曲线

请各位专家批评指正